Subiectul II — integral

Matematica — M3_Tehnologic

Subiectul întreg, din toate modelele de examen ale categoriei de mai sus.

202 exerciții · din 202 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Programa-Comuna-2012_Subiect.pdf

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n\left(n-1,n+2\right)$, $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Determinați ecuația dreptei A_1A_2.

5p **b)** Demonstrați că punctele A_m, A_n, A_p sunt coliniare, oricare ar fi $m,n,p\in\mathbb{N}^*$.

5p **c)** Pentru fiecare $p\in\mathbb{N}^*$ notăm $M_p=\left\{n\in\mathbb{N}^*\,\middle|\,A_nA_p\le 2\right\}$. Determinați elementele mulțimii M_{2011}.

2. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Programa-Comuna-2012_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + (m-3)X^2 - 17X + (2m+7)$, cu $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $m = 4$ determinați câtul şi restul împărțirii polinomului f la $X - 3$.

5p **b)** Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care polinomul f este divizibil cu $X - 1$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $27^x + 9^x - 17 \cdot 3^x + 15 = 0$.

SUBIECTUL al III-lea

3. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Speciala Programa · V07

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Programa-Comuna-2012_Subiect_V07.pdf

SUBIECTUL al II-lea (30 de p

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y-2z=0 \\ x-y+z=1 \\ x+y+az=2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Calculați determinantul matricei asociate sistemului.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea asociată sistemului este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a=0$, rezolvați sistemul de ecuații.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 1$.

4. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Speciala Programa · V07

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Programa-Comuna-2012_Subiect_V07.pdf

5p | **c)** Pentru $a=0$, rezolvați sistemul de ecuații.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-1$.

5p | **a)** Arătați că $x*1=x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p | **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x*x=4$.

5p | **c)** Determinați numărul natural n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^1*C_n^2=14$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de**

5. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+ay+3z=1 \\ 4x+a^2y+9z=1 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$ şi se notează cu A matricea sistemului.

5p **a)** Arătați că $\det A=-a^2+5a-6$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale numărului a pentru care matricea A este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a=1$, rezolvați sistemul.

6. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V09.pdf

2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f=mX^5+nX$, cu $m,n\in\mathbb{Z}_5$.

5p **a)** Determinați $n\in\mathbb{Z}_5$ pentru care $f(\hat{1})=m$.

5p **b)** Pentru $m=\hat{1}$ şi $n=\hat{4}$, determinați rădăcinile din $\mathbb{Z}_5$ ale polinomului f.

5p **c)** Arătați că, dacă $f(\hat{1})=f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3})=f(\hat{4})$.

7. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V05.pdf

SUBIECTUL al II-lea (30 de

1. Se consideră matricele $H(x)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & \ln x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, cu $x\in(0,+\infty)$.

5p **a)** Arătați că $\det(H(x))=1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați numărul real a, $a>0$, astfel încât $H(x)\cdot H(a)=H(x)$, pentru orice $x>0$.

5p **c)** Calculați determinantul matricei $H(1)+H(2)+\ldots+H(2012)$.

8. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Programa-Comuna-2012_Subiect_V05.pdf

2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

5p **a)** Arătați că polinomul f se divide cu $X - 1$.

5p **b)** Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

5p **c)** Verificați dacă $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

9. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

---

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} -1 & 2 & x \\ 2 & -1 & x \\ x & x & 2 \end{pmatrix}$ și se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.

5p **a)** Calculați $\Delta(1)$.

5p **b)** Arătați că $\Delta(x)=6\left(x^2-1\right)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați inversa matricei $A(0)$.

10. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + aX + b$.

5p **a)** Calculați $a + b$, știind că $f(1) = 0$.

5p **b)** Pentru $a = -1$ și $b = 1$, determinați rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați numerele reale a și b, știind că $x_1 = 1$ și $x_2 = 2$ sunt rădăcini ale polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de**

11. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

---

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det A$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A-xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinaţi matricele $M=\begin{pmatrix}m & m\\ m & 1\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(M+A)=0$, unde m este număr real.

12. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x * y = x + y - 2$.

5p **a)** Calculaţi $5 * (-5)$.

5p **b)** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.

5p **c)** Calculaţi $(-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3$.

13. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}b & 1\\ 0 & b\end{pmatrix}$, unde b este număr real.

5p **a)** Calculați $\det A$.

5p **b)** Determinați numărul real b pentru care $A\cdot B=2I_2$.

5p **c)** Determinați numărul real b pentru care $\det(A+B)=0$.

14. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 2X$.

5p **a)** Calculaţi $f(1)$.

5p **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la $X - 2$.

5p **c)** Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

15. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătaţi că $M\left(\frac{1}{2}\right)+M\left(-\frac{1}{2}\right)=M(0)$.
5p	**b)** Determinaţi numărul real a pentru care $\det\left(M(a)\right)=0$.
5p	**c)** Determinați matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.

16. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 1$.

5p **a)** Arătaţi că $f(1) = 0$.

5p **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - 2X + 1$.

5p **c)** Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(3**

17. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculaţi $\det A$.
5p	**b)** Arătaţi că $B\cdot A-A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(A+xB\right)=0$.

18. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$.

5p **a)** Arătaţi că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x \circ x = x$.

5p **c)** Calculaţi $1 \circ 2 \circ ... \circ 2014$.

19. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $\det A$.

5p **b)** Determinaţi numărul real m pentru care matricele $A+mI_3$ și $\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 3\\ 1 & 4 & 8\end{pmatrix}$ sunt egale, unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Rezolvați ecuația matriceală $AX=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 3\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

20. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă $x * y = x + y - 5$.

5p **a)** Arătaţi că $2 * (-2) = 2014 * (-2014)$.

5p **b)** Verificaţi dacă legea „$*$” este asociativă.

5p **c)** Calculaţi $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de p**

21. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătaţi că $\det A=-1$.
5p	**b)** Arătaţi că $2A\cdot B-B\cdot A=I_2$.
5p	**c)** Determinaţi numărul real x știind că $A\cdot A-xA=I_2$.

22. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = 2(x + y - 1) - xy$.

5p **a)** Arătaţi că $1 * 2 = 2$.

5p **b)** Arătaţi că $x * 2 = 2 * x = 2$ pentru orice număr real x.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x * x = x$.

23. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, unde b este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-2$.
5p	**b)** Determinați numărul real b pentru care $A+B=AB+C$.
5p	**c)** Arătați că $\det(B+2C)=\det B-\det A$ pentru orice număr real b.

24. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + X + 2$.

5p **a)** Arătaţi că $f(1) = 0$.

5p **b)** Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f prin $X - 1$.

5p **c)** Arătaţi că $(x_1 + x_2 + x_3)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = -2$ ştiind că x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

25. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x știind că $B+C=A$.

5p **c)** Arătaţi că $B\cdot B+B=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

26. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.

5p **a)** Arătați că $0 \circ (-4) = -4$.

5p **b)** Arătaţi că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = 12$.

27. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det A$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale p pentru care $A \cdot A = pA$.

5p **c)** Determinaţi matricele $B=\begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}$, ştiind că $\det(A+B)=0$, unde b este un număr real.

28. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de $x \circ y = -xy + x + y$.

5p **a)** Calculaţi $1 \circ 2015$.

5p **b)** Arătaţi că $x \circ y = -(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x \circ 5^x = 1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 p)**

29. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculați $\det A$.
5p	**b)** Determinați numărul real x, știind că $A\cdot A=xA$.
5p	**c)** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A+aI_2\right)=0$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție

30. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+2x+2y+2$.

5p **a)** Arătaţi că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **b)** Calculaţi $(-2015)*(-2)*0*2*2015$.

5p **c)** Determinaţi numerele naturale n, ştiind că numărul $n*(-n)$ este natural.

31. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=1$.
5p	**b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
5p	**c)** Demonstrați că $\det\left(A-aI_2\right)\geq 1$, pentru orice număr real a.

32. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+5X^2+X+5$.

5p **a)** Arătați că $f(-5)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+6X+5.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{23}{5}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

33. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det M=4$.
5p	**b)** Arătați că $M\cdot M+3M+4I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale a și b astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM+bI_2$.

34. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 5X^2 + 5X - 1$.

5p **a)** Arătați că $f(1) = 0$.

5p **b)** Arătați că $f(a) + f(-a) + 2 \leq 0$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

35. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-2$.
5p	**b)** Arătați că $A+B=5C$.
5p	**c)** Demonstrați că $AB+BA+4I_2=25C$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

36. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.

5p **a)** Arătați că $5 \circ (-4) = -4$.

5p **b)** Arătați că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.

37. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=0$.
5p	**b)** Verificați dacă $A\cdot\left(A+I_2\right)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinați numerele reale m pentru care $\det B=0$, unde $B=A\cdot A+mI_2$.

38. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+4X+4$.

5p **a)** Arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+3X+2.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{3}{4}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

39. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $\det A$.

5p **b)** Arătați că $(A-I_3)(A-I_3)(A-I_3)=O_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ și $O_3=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Rezolvați ecuația matriceală $AX=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 2\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

40. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-x-y+2$.

5p **a)** Arătaţi că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **b)** Calculaţi $0*1*2*3$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale a, ştiind că $a*a*2016=2016$.

41. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det A=-4$.

5p **b)** Arătați că $\det(A-2B)=0$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y, pentru care $A\cdot B=B\cdot A$.

42. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.

5p **a)** Arătaţi că $1 \circ (-2) = -2$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = (x+2)(y+2) - 2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale nenule x, pentru care $x \circ \frac{1}{x} = x$.

43. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=2A$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale a, b și c, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}a-2 & b\\ c+1 & 1\end{pmatrix}=I_2$.

44. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$.

5p **a)** Arătaţi că $1 \circ (-3) = -3$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = (x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui x, pentru care $x \circ x \leq x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30**

45. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=1$.
5p	**b)** Arătați că $B\cdot B+A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x și y, pentru care $A+B=\begin{pmatrix} 2^x & 0 \\ 0 & 4^y \end{pmatrix}$.

46. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+1$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=-2$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X+1$.

5p **c)** Demonstrați că $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=-3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

47. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}8 & 4\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculați $\det A$.
5p	**b)** Arătați că $9(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=45I_2$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x, pentru care $\det(A+xI_2)=0$.

48. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-6X+8$.

5p **a)** Arătați că $f(2)=-8$.

5p **b)** Determinaţi câtul şi restul împărțirii polinomului f la polinomul $X-1$.

5p **c)** Demonstrați că $(x_1+1)^2+(x_2+1)^2+(x_3+1)^2=30$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

49. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 2 \\ x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(3))=3$.
5p	**b)** Arătați că $A(2017+x)+A(2017-x)=2A(2017)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Determinați numerele reale m pentru care $\det(A(2)+mA(1))=0$.

50. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = 2xy + 6x + 6y + 15$.

5p **a)** Arătaţi că $x * y = 2(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **b)** Arătaţi că $7 * 98 = 2017$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x, pentru care $x * (x+2) = 3$.

51. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $(A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -12\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A\cdot X=B$.

52. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 3$.

5p **a)** Arătați că $1 * 2 = 0$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $\left(x^2\right) * x = -1$.

5p **c)** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n * n * n * n < 3$.

53. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-13$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 10\\ -10 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B\cdot B-xI_2\right)=0$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

54. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - X - 3$.

5p **a)** Arătați că $f(1) = 0$.

5p **b)** Determinaţi câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 2$.

5p **c)** Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(3**

55. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=5$.
5p	**b)** Determinaţi numărul real a pentru care $B\cdot B=2B$.
5p	**c)** Arătați că $\det\left(A\cdot B-B\cdot A\right)\geq 0$, pentru orice număr real a.

56. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.

5p **a)** Arătaţi că $1 \circ 3 = 3$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = (x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x \circ x) \circ x = 3$.

57. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & m+1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(m)+A(-m)=2A(0)$, pentru orice număr real m.
5p	**c)** Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X = A(5)$.

58. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $x \circ \left(-\frac{2}{3}\right) = x$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ (n-1) < 17$.

59. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 7\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & -7\\ -2 & 3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $5A-3B=8\begin{pmatrix}0 & 7\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.
5p	**b)** Demonstrați că matricea B este inversa matricei A.
5p	**c)** Determinați numerele reale x și y, știind că $xA\cdot A-8A=yI_2$.

60. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-2(x+y)+6$.

5p **a)** Demonstrați că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **b)** Determinați numărul real x, pentru care $x*3=2018$.

5p **c)** Calculați $\log_2 2*\log_2 3*\log_2 4*\ldots*\log_2 2018$.

61. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(2))=5$.
5p	**b)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.
5p	**c)** Determinați numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.

62. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.

5p **a)** Arătați că $2*2=2$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Calculați $1*2*3*\ldots*2018$.

63. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 4 & 8\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}a-2 & 1\\ 4 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=36$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x)\cdot M(y)=A$.

64. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX-6$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1)=m-5$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $m=-7$, determinați numerele reale p și q, pentru care $f=(X+1)\left(X^2+pX+q\right)$.

65. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2.a)	$(-2)\circ(-2)=5\cdot(-2)\cdot(-2)+15(-2+(-2))+42=$	**3p**
	$=20-60+42=2$	**2p**
b)	$x\circ y=5xy+15x+15y+45-3=$	**2p**
	$=5x(y+3)+15(y+3)-3=5(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y	**3p**
c)	$(x-3)\circ(x-3)=5x^2-3$, $(x-3)\circ(x-3)\circ(x-3)=25x^3-3$	**2p**
	$25x^3-3=197\Leftrightarrow x=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1\cdot e^x+(x-2)e^x=$	**3p**
	$=e^x(1+x-2)=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{e^{-x}}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{-e^{-x}}=0$	**2p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,1]$, $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[1,2]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1,2]$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$, $f(1)=-e$ şi $f(2)=0$, deci $-e\le f(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,2]$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}(f(x)-1)\,dx=\int_{-1}^{1}3x^2dx=x^3\Big\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=1-(-1)=2$	**2p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a lui $f\Rightarrow F'(x)=f(x)=3x^2+1$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F'(x)>0$, pentru orice număr real x, deci F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	**3p**
c)	$\int_1^e f(x)\ln x\,dx=\int_1^e\left(3x^2+1\right)\ln x\,dx=\left(x^3+x\right)\ln x\Big\vert_1^e-\int_1^e\left(x^3+x\right)\cdot\dfrac{1}{x}dx=e^3+e-\int_1^e\left(x^2+1\right)dx=$	**3p**
	$=e^3+e-\left(\dfrac{x^3}{3}+x\right)\Big\vert_1^e=e^3+e-\left(\dfrac{e^3}{3}+e\right)+\left(\dfrac{1^3}{3}+1\right)=\dfrac{2e^3+4}{3}$	**2p**

66. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1,1)\right)=2$.

5p **b)** Determinați numărul natural n pentru care $A(n-1,0)+A(n+1,0)=A(2018,0)$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că există un număr real x pentru care $A(x,1)\cdot A(x,1)=A(a,-2)$.

67. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-7X^2+mX-8$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(-1)+f(1)=-30$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la X^2-3X+1, știind că f se divide cu $X-2$.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

68. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & x-1 \\ x-1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=3$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy-x-y+1)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $A(a)=A(x)\cdot A\left(\frac{1}{2}\right)\cdot A(y)$, pentru orice numere reale x și y.

69. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-\frac{xy}{4}$.

5p **a)** Arătaţi că $6*2=5$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*(4x)=6$.

5p **c)** Calculaţi $1*2*3*\ldots*2019$.

70. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

---

1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det M=3$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=4A(a)-I_2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\det\left(aA(a)+M\right)=0$.

71. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+2$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(2)=2m-6$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Demonstrați că, pentru orice număr real m, numărul $E=x_1^2x_2x_3+x_1x_2^2x_3+x_1x_2x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $m=3$, determinați rădăcinile polinomului f.

72. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}1+a & -a\\ a & 1-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-2$.

5p **b)** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X\cdot M(2)=A$.

73. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră polinomul $f=2X^3-4X^2+4X-3$.

5p **a)** Arătați că $f(0)=-3$.

5p **b)** Demonstrați că numărul $a=\frac{3}{x_1}+\frac{3}{x_2}+\frac{3}{x_3}$ este natural, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile lui f.

5p **c)** Demonstrați că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

74. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -10\\ 3 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $M(1)+M(2)+\ldots+M(2019)=2019M(a)$.

75. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră polinomul $f=mX^3+2X^2-mX-2$, unde m este număr real nenul.

5p **a)** Arătați că $f(1)=0$, pentru orice număr real nenul m.

5p **b)** Pentru $m=3$, determinați rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

76. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 9\\ 0 & -2\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & -3x\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=4$.
5p	**b)** Determinați numărul real x pentru care $B(x)\cdot B(-x)+B(x)=A$.
5p	**c)** Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B(1)\cdot X=A$.

77. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\dfrac{x^2+y^2}{xy}$.

5p **a)** Arătați că $3\circ\dfrac{1}{3}=\dfrac{82}{9}$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y\geq 2$, pentru orice $x,\ y\in M$.

5p **c)** Determinați $a\in M$, pentru care $a^2\circ\dfrac{1}{a^2}=2$.

78. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 6\\ -1 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $B\cdot A+B=O_2$.
5p	**c)** Determinați numerele naturale n pentru care $\det(B+nA)=\det B+n\det A$.

79. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + 2y + 1$.

5p **a)** Arătaţi că $1 \circ (-1) = 0$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ \left(-\frac{1}{2}\right) = x$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” **nu** admite element neutru.

SUBIECTUL al III-lea

80. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 2a+1 \\ a & 2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(10)\right)=10$.

5p **b)** Demonstrați că $\left(A(a)-A(b)\right)\left(A(a)-A(b)\right)=3(a-b)\left(A(a)-A(b)\right)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $\det\left(A(2)\right)+\det\left(A(3)\right)+\ldots+\det\left(A(n)\right)=35$.

81. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1-10a & 8a \\ -5a & 1+4a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=-5$.

5p **b)** Demonstrați că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b-6ab)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numerele naturale m și n, pentru care $A(m)\cdot A(n)=A(6-5mn)$.

82. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix} 2+a & 2 \\ 2 & 1+a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det M=4$.

5p **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(-a)+a^2\cdot I_2=M$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $M\cdot X=A(0)$.

83. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(1))=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)-M(a+b)=2abM(0)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X\cdot M(1)=M(0)$.

84. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

---

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-3 & 1\\ 1 & 3-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-5$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)+A(-x)=2A(0)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=10\cdot I_2$.

2) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2x+y-3xy$.

5p **a)** Arătați că $1*2=-2$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*(x-1)=-1$.

5p **c)** Dați exemplu de două numere iraționale a și b pentru care $a*b\in\mathbb{N}$.

85. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $A\cdot A\cdot A=A$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X=I_2+3A$.

86. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det(A-B)=1$.

5p **b)** Demonstrați că matricea $C=A\cdot A+B\cdot B$ **nu** este inversabilă.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot X=X\cdot B$, unde $X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ x & y\end{pmatrix}$.

87. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=0$.
5p	**b)** Arătați că $A\cdot A+A=O_2$.
5p	**c)** Demonstraţi că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $\det X=\det(X+I_2)$.

88. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$ și $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A+I_3\right)=4$.

5p **b)** Demonstrați că $A\cdot A\cdot A+A=2A\cdot A$.

5p **c)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care matricea $B\left(x\right)=A+xI_3$ este inversabilă.

89. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

---

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 3\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A+I_2\right)=5$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A=4A$.

5p **c)** Demonstrați că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2\left(\mathbb{R}\right)$, pentru care $A\cdot X=X\cdot A$.

2) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=\dfrac{xy+x+y-1}{2}$.

5p **a)** Arătați că $1*2=2$.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\leq 1$.

5p **c)** Calculați $(-1)*0*1*\ldots*2020$.

90. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $B(x,y)=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det A=-4$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A-2B(x,y)\right)=0$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot B(x,y)=B(x,y)\cdot A$.

91. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=1$.
5p	**b)** Arătați că $2A-A\cdot A=I_2$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x, y și z, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x-2 & y\\ z+1 & 1\end{pmatrix}-I_2=O_2$.

92. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=B+xI_2$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot M(x)=M(x)\cdot A$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A-3\left(A+M(x)\right)=I_2$.

93. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $B\cdot B+A=O_2$.

5p **c)** Determinați $x,y\in(0,+\infty)$, pentru care $A\cdot B+B\cdot A-(A+B)=\begin{pmatrix}\log_2 x & 0\\ 0 & \log_3 y\end{pmatrix}$.

94. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}-1 & x\\ x-1 & -1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(B(1))=1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A-2A=I_2$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=I_2$.

2) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+x+y-2$.

5p **a)** Arătați că $(-1)*2020=-3$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*(2x)=3$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=-1$.

95. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=4$.
5p	**b)** Arătați că $A\cdot A+3A+4I_2=O_2$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x și y astfel încât $A\cdot A\cdot A=xA+yI_2$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=2$

96. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A+M(-1)\right)=\det B$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot A-A\cdot M(x)=B$.

97. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A=xA$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A+I_2\right)+\det\left(A-I_2\right)=\det\left(aI_2\right)$.

98. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-2$.
5p	**b)** Determinați numărul real x pentru care $x(A+B)=C$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot B-B\cdot A=2X+C$.

99. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=A-xI_2$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(B(0))=1$.
5p	**b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Demonstrați că $\det(B(x))\geq 1$, pentru orice număr real x.

100. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

2. Pe mulțimea $M=\left[\sqrt{2},+\infty\right)$ se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x*y=\sqrt{\left(x^2-2\right)\left(y^2-2\right)+2}$.

5p **a)** Arătați că $4*\sqrt{3}=4$.

5p **b)** Determinați simetricul elementului $x=\sqrt{6}$, în raport cu legea de compoziție „$*$”.

5p **c)** Calculați $\sqrt{2}*\sqrt{3}*\sqrt{4}*\ldots*\sqrt{2020}$.

101. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$.

5p **a)** Arătați că $1*3=3$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele numere reale x pentru care $x*x*x=x$.

102. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 10$.

5p **a)** Arătați că $5 * 5 = 0$.

5p **b)** Determinați numerele naturale n pentru care $n^2 * n < -4$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = x^2 - 18$.

103. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=4xy+4x+4y+3$.

5p **a)** Arătați că $1*(-1)=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=4(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $x*\frac{1}{4}*(-x)=19$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

104. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2x - 2y + 6$.

5p **a)** Arătați că $2 * 2020 = 2$.

5p **b)** Demonstrați că $x * y = (x-2)(y-2) + 2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele naturale m și n pentru care $m * n = 13$.

105. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\dfrac{xy+1}{x+y}$.

5p **a)** Arătați că $1*1=1$.

5p **b)** Determinați numărul $x\in M$ pentru care $x*2=\dfrac{3}{2}$.

5p **c)** Calculați $\lg 2*\lg 4*\lg 6*\lg 8*\lg 10$.

106. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = -xy + x + y$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ \sqrt{2} = 1$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = -(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $3^x \circ 5^x = 1$.

107. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+ay+1$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $2020*0=2021$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a, știind că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **c)** Pentru $a=-1$, determinați numărul real x pentru care $4^x*2^x=1$.

108. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 2(x + y) + 2$.

5p **a)** Arătați că $2020 \circ (-2) = -2$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale nenule x pentru care $\frac{1}{x} \circ x = x$.

109. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x^2 + y^2 - 1$.

5p **a)** Arătaţi că $1 \circ (0 \circ 2) = 12$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale x pentru care $x \circ (-x) = 3$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m \circ n = -mn$.

110. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{3}xy + x + y$.

5p **a)** Arătați că $2020 * (-3) = -3$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $(6 * x) * 6 = 6$.

5p **c)** Determinați numerele reale nenule x pentru care $x * \frac{1}{x} = -3$.

111. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+\frac{y}{5}+1$.

5p **a)** Arătaţi că $2020*5=2022$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $(x*x)*x=\frac{24}{5}$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $5^x*5^{x+1}=11$.

112. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - 2x - 2y + 3$.

5p **a)** Arătați că $2020 * 1 = 1$.

5p **b)** Demonstrați că $x * y = 2(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $(x * x) * x = x$.

113. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 90$.

5p **a)** Arătați că $90 * 1 = 1$.

5p **b)** Demonstrați că $(x * y) * z = x * (y * z)$, pentru orice numere reale x, y și z.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $(x^2) * (2x + 1) = -74$.

114. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x + y - 5$.

5p **a)** Arătați că $(-1) \circ 2020 = -6$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = -2$.

5p **c)** Știind că m este număr real astfel încât $m \circ (-2) = 1 \circ (-m)$, calculați $m \circ (-m)$.

115. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.

5p **a)** Arătați că $2020 \circ (-4) = -4$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = x$.

116. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y + 4$.

5p **a)** Arătați că $2020 * (-1) = 3$.

5p **b)** Demonstrați că $x * y = (x+1)(y+1) + 3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați perechile (m, n) de numere întregi pentru care $m * n = 2$.

117. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=-2$.

5p **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(-a)=(2-a^2)I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A(1)\cdot X=A(2)$.

118. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + xy - x - y + 1$.

5p **a)** Arătați că $3 * 2 = 11$.

5p **b)** Demonstrați că $x * (-x) = 1$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $2^x * 4 = 1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de**

119. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $3A-A\cdot A=2I_2$.
5p	**c)** Determinați numărul real x pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2)=5A-I_2$.

120. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 + (x+1)(y+1) + y^2$.

5p **a)** Arătaţi că $3 \circ (-1) = 10$.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **c)** Demonstrați că $x \circ 1 \geq 2$, pentru orice număr real x.

121. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A-3A=I_2$.

5p **c)** Se consideră matricea $X=\begin{pmatrix}1 & x\\ y & 1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale. Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot X-X\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

122. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 4xy + x + y$.

5p **a)** Arătați că $3 \circ 2 = 29$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = \dfrac{(4x+1)(4y+1)-1}{4}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 2$.

123. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & -6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $M(x)=A+xB$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=0$.
5p	**b)** Demonstrați că $M(x)\cdot M(1)=xM(1)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Determinați numărul natural n, știind că $M(4)\cdot M(3)\cdot M(2)\cdot M(1)=nM(1)$.

124. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y + x^2 y^2$.

5p **a)** Arătaţi că $1 * 2 = 7$.

5p **b)** Demonstraţi că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **c)** Determinați numerele întregi x pentru care $(-2) * x \leq 3$.

125. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A\cdot A=I_2$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $AX-I_2=2021A$.

126. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

	1. Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a+2 & 3a+2 \\ a & 3a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=4$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(4)=B\cdot B+2\cdot C$.
5p	**c)** Determinați numărul natural n pentru care $\det(A(n)+B)=4$.

127. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 1 & -4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 3\\ x & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-1$.
5p	**b)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.
5p	**c)** Determinați numerele reale a pentru care $\det(aA+B(a))=0$.

128. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-4 & -5\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det B=-4$.
5p	**b)** Determinați numărul real a pentru care $A\cdot A-B\cdot B=a\left(A+B\right)$.
5p	**c)** Arătați că, pentru orice număr real x, matricea $C\left(x\right)=xA+2B$ este inversabilă.

129. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=3$.
5p	**b)** Determinați numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(1)=3\left(A(x)-I_2\right)$.
5p	**c)** Arătați că $\det\left(xA(x)-A\left(x^2\right)\right)\geq 0$, pentru orice număr real x.

130. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $(A-2I_2)\cdot(A-4I_2)=6I_2$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=3A+4X$.

131. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

---

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x-1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(4)\right)=-7$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $\det\left(A(1)\cdot A(1)+2A(x)\right)=11$.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(1)=3A(y)$.

132. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -6 & 4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 2\\ -7 & x-4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $\det\left(B(x)\right)+\det\left(B(7)-A\right)=0$.

5p **c)** Determinați matricea $C\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $xA-A\cdot B(x)=14C$, pentru orice număr real x.

2. Pe multimea numerelor reale se defineste legea de compozitie asociativă $x*y=6xy-6x-6y+7$.

133. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

---

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix} a & a \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $B(1)\cdot B(-1)+3A=4B(a)$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X\cdot(A-2I_2)=B(0)$.

134. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} -1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=1$.
5p	**b)** Determinați numărul real x pentru care $B\cdot B=A$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B+\left(\det B\right)A\right)=0$.

135. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2x+1 & x\\ 1 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=9$.
5p	**b)** Arătați că $A+B(1)\cdot B(-1)=2B(0)$.
5p	**c)** Determinați numărul real x pentru care $B(1)+B(2)+B(3)+\ldots+B(9)=9B(x)$.

136. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=0$.
5p	**b)** Arătați că $A\cdot A=5A$.
5p	**c)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\det\left(xA+(1-x)I_2\right)\geq 0$.

137. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 5x - 5y + 30$.

5p **a)** Arătați că $5 \circ 2021 = 5$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = (x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele întregi m și n pentru care $m^2 \circ n = 16$.

138. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=\dfrac{3xy+1}{x+y}$.

5p **a)** Arătați că $1*1=2$.

5p **b)** Calculați $((1*2)*3)-(1*(2*3))$.

5p **c)** Determinați numerele reale $x\in M$ pentru care $x*x=2$.

139. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + xy + y^2$.

5p **a)** Arătați că $2 * (-1) = 3$.

5p **b)** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $n * n = 48$.

140. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=(2x-1)(2y-1)+\frac{1}{2}$.

5p **a)** Arătați că $2*\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $(4x)*\frac{1}{4}=25$.

5p **c)** Calculați $1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\frac{1}{4}*\frac{1}{5}$.

UBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

141. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3xy-\frac{x+y}{3}+1$.

5p **a)** Arătați că $1*5=14$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $3*x=-52$.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n*\left(0*\left(3n\right)\right)\geq\frac{2n}{3}$.

142. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=xy-\frac{12}{x+y}+\frac{3}{x}+\frac{3}{y}$.

5p **a)** Arătați că $1*3=4$.

5p **b)** Arătați că $x*x=x^2$, pentru orice $x\in M$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $(n*n)*(n*n)=1$.

143. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=20x-21y+1$.

5p **a)** Arătați că $1*2=-21$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $(x-1)*x=1$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x^2*x\leq 0$.

144. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=6xy-6x-6y+7$.

5p **a)** Arătați că $1*3=1$.

5p **b)** Demonstrați că $e=\frac{7}{6}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați suma numerelor întregi m care verifică inegalitatea $\frac{m}{2}*\left(-\frac{m}{3}\right)\geq 1$.

UBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

145. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(2x-y+1)(2y-x+1)$.

5p **a)** Arătați că $3*4=18$.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $(2m)*n=13$.

146. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + y + 16$.

5p **a)** Arătați că $(-8) \circ 2 = 10$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care pentru care $x \circ \left(\frac{x}{2} + 3\right) \circ x = 2x$.

147. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{x+y}{2} - \frac{xy}{3}$.

5p **a)** Arătați că $2 \circ 6 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x \circ 6 = 6$.

5p **c)** Determinați numerele întregi m pentru care $m \circ (3m) \geq 2m - 3$.

148. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3xy-x^2-y^2$.

5p **a)** Arătați că $1*2=1$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $2*x=1$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\left(\sqrt[3]{x}*\sqrt[3]{x}\right)*\sqrt[3]{x^2}=1$.

149. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=3$.
5p	**b)** Arătați că $3B(2)+B(6)=4B(3)$.
5p	**c)** Determinați numărul real x pentru care $\left(B(-x)-B(x)\right)\cdot\left(B(-x)+B(x)\right)=A+B(3)$.

150. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3x + 4y - 25$.

5p **a)** Arătați că $3 \circ 4 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $(2x) \circ x = 5$.

5p **c)** Determinați numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$.

151. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=7$.
5p	**b)** Arătați că $2B+I_2=3A$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X-B\cdot X=I_2-X$.

152. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3 - (x-3)(y-3)$.

5p **a)** Arătați că $1 * 3 = 3$.

5p **b)** Arătați că $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x * (x+6) \geq 3$.

153. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}0 & a-2\\ 1 & 3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=3$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A+A=2B(x)$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\det\left(B(a)\cdot A+B(3a)\right)=4$.

154. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(xy+1)(x+y)$.

5p **a)** Arătați că $1*2=9$.

5p **b)** Arătați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=n*\frac{1}{n}$ este întreg.

155. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(0)\right)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $2A(4)+A(-2)=aA(2)$.

5p **c)** Arătați că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X\cdot A(1)=A(m)$, unde m este număr întreg, atunci matricea X are toate elementele numere întregi.

156. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+y)(x-1)(y-1)+1$.

5p **a)** Arătați că $2*1=1$.

5p **b)** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n*(1-n)\geq n^2$.

157. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2-x & x\\ x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=5$.

5p **b)** Arătați că $2A-B(2)=2B(0)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B(x)\cdot B(1)-(x+1)A\right)=1$.

158. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y - 6xy$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 1 = -4$.

5p **b)** Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numerele întregi m pentru care $m \circ (3 - m) < 3$.

159. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}7 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-2$.

5p **b)** Arătați că $A-4I_2=3B$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X+X\cdot B=A$.

160. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy(x + y - 4)$.

5p **a)** Arătați că $2 * 3 = 6$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $1 * x = 4$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 2^{3x}$.

161. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $A+2B=3C$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B\cdot C+x\left(A-C\right)\right)=0$.

162. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+2y)(y+2x)+2$.

5p **a)** Arătați că $1*1=11$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*0=4$.

5p **c)** Demonstrați că $x*\frac{1}{x}>7$, pentru orice număr real nenul x.

163. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x+1 & -3\\ 2 & x-1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=9$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $B(3)\cdot B(4)=xB(1)$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care matricea $B(a)$ este inversa matricei $C=\frac{1}{9}A$.

164. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+mX-4$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=1$, arătați că $f(2)=10$.

5p **b)** Pentru $m=-4$, determinați rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul m, polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

165. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=8$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(0)=A(x)$.

5p **c)** Arătați că, dacă x și y sunt numere reale distincte astfel încât $\det(A(x))=\det(A(y))$, atunci $x+y=-1$.

166. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 4xy - 3x + 2y - 1$.

5p **a)** Arătați că $1 * 2 = 8$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * (-1) = 4$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $x * a = -x$, pentru orice număr real x.

167. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & a+3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(2))=9$.
5p	**b)** Arătați că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
5p	**c)** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1)-aI_2)=0$.

168. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 + mX - 4$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0) = -4$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m, știind că -1 este rădăcină a polinomului f.

5p **c)** Determinați numerele naturale m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

169. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ -x & 2-x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.
5p	**b)** Arătați că $3A(2)+A(6)=4A(3)$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=2A(x)$.

170. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + 2x - y - 1$.

5p **a)** Arătați că $1 * 1 = 1$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * 2 = x$.

5p **c)** Arătați că $(1 - x) * x \leq 2$, pentru orice număr real x.

171. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 4\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-1$.
5p	**b)** Arătați că $2B-A=3C$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A=B+2C$.

172. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x-4)(y-4)+4$.

5p **a)** Arătați că $5 * 4 = 4$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * 6 = 6x$.

5p **c)** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\frac{4}{n} * n > 4$.

173. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $B+3I_2=2A$.
5p	**c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot\left(xA+B\right)=2xI_2$.

174. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 3(x + y) + 1$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 0 = -2$.

5p **b)** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **c)** Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x \circ (-2x) \geq 0$.

175. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2^x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(2))=4$.

5p **b)** Arătați că $A(3)+2A(1)=3A(2)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x^2)=I_2$.

176. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 2$.

5p **a)** Arătați că $2 \circ 3 = 3$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x \circ 4 = x + 6$.

5p **c)** Arătați că $(x-2) \circ (x+2) \geq -3$, pentru orice număr real x.

177. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ x+1 & 0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=0$.

5p **b)** Arătați că $A(3)+A(5)=2A(4)$.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $\det(A(n)+I_2)\geq 0$.

178. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+mX-1$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=-1$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Arătați că $x_1+x_2+x_3=3x_1x_2x_3$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X-1$.

179. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2x+1 & 1\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.
5p	**b)** Arătați că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(3)$.

180. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+2X-5$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=-5$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m, știind că 1 este rădăcină a polinomului f.

5p **c)** Determinați numărul natural m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=5$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

181. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-1\\ -2x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=2$.

5p **b)** Arătați că $A(2)+A(0)=2A(1)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(A(x)+xI_2\right)=2$.

182. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2(x+y) - xy - 4$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 3 = 1$.

5p **b)** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ n \geq n - 2$.

183. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(3)\right)=1$.

5p **b)** Arătați că $A(2)+A(6)=2A(4)$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(x)=3I_2$.

184. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + 6$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ (-3) = 4$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x \circ 2 = 3x$.

5p **c)** Arătați că $\left(x^2 + 2\right) \circ (1 - 6x) \geq 0$, pentru orice număr real x.

185. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ -1 & 2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=5$.

5p **b)** Arătați că $A+3I_2=2B(1)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B(2x)-B(x)\cdot A\right)=x^2$.

186. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 8x - 8y + 8$.

5p **a)** Arătați că $0 * 1 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * 2 = 2x$.

5p **c)** Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $(8 + m) * (8 + n) = 2$.

187. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ -1 & 2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=5$.

5p **b)** Arătați că $A+3I_2=2B(1)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(B(2x)-B(x)\cdot A\right)=x^2$.

188. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 8x - 8y + 8$.

5p **a)** Arătați că $0 * 1 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * 2 = 2x$.

5p **c)** Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $(8 + m) * (8 + n) = 2$.

189. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $3A-5I_2=xB$.

5p **c)** Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $\det\left(A\cdot\left(B-A\right)+xI_2\right)\leq 2$.

190. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=1$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $2x_1+2x_2+2x_3=1+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Știind că restul împărțirii polinomului f la polinomul $X-2$ este -5, arătați că f este divizibil cu polinomul X^2+1.

191. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

	1. Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 4 \\ -1 & a-4 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(M(0))=0$.
5p	**b)** Arătați că $M(3)+2M(0)=3M(1)$.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $M(a)\cdot M(0)=3M(0)$.

192. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4(x + y)$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 2 = 14$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x \circ 3 = x$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $2^x \circ 4 = 2^{x+4}$.

193. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

---

1. Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} 2a & a-1 \\ a+1 & a+3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(2))=17$.

5p **b)** Arătați că $4M(2)-M(5)=3M(1)$.

5p **c)** Demonstrați că numărul $N=\det(M(0)\cdot M(n)-M(1)\cdot M(0))$ este pătratul unui număr natural, pentru orice număr natural n.

194. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

pentru orice număr natural n.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3x - 2y + xy$.

5p **a)** Arătați că $2 \circ 2 = 6$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $3 \circ x = 3$.

5p **c)** Determinați numerele întregi m pentru care $(-m) \circ m > m \circ m$.

195. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Rezerva Vara Iunie · V07

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V07.pdf

	1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-1\\ x+1 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.
5p	**b)** Arătați că $2A(1)+A(7)=3A(3)$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $(A(x)-(2x+1)I_2)\cdot A(2)=yI_2$.

196. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Rezerva Vara Iunie · V07

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Rezerva_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - xy + 1$.

5p **a)** Arătați că $2 * 3 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * 5 = 10$.

5p **c)** Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul $N = \frac{3}{n} * (3 + n)$ este natural.

197. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 2 \\ 2x & x+4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=1$.
5p	**b)** Arătați că $3A(3)-A(1)=2A(4)$.
5p	**c)** Determinați numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(0)=4xA(0)$.

198. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+aX-2$, unde a este număr real.

5p **a)** Pentru $a=5$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Pentru $a=3$, arătați că $x_1x_2x_3+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3=8$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Se consideră polinoamele $g=X-3$ și $h=X+2$. Determinați numărul real a pentru care restul împărțirii polinomului f la g este egal cu restul împărțirii polinomului g la h.

199. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ 3a-3 & 3a-2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(2))=1$.
5p	**b)** Arătați că $2A(2)+A(5)=3A(3)$.
5p	**c)** Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X \cdot A(2)-A(2)=A(6)$.

200. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-2X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=9$, arătați că $f(-1)=7$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care 2 este rădăcină a polinomului f.

5p **c)** Știind că restul împărțirii polinomului f la polinomul $g=X-4$ este egal cu 14, determinați rădăcinile polinomului f.

201. Matematica — Subiectul II, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(4))=5$.
5p	**b)** Arătați că $2A(1)+A(4)=3A(2)$.
5p	**c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-x)\cdot A(x)=A(y)$.

202. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Tehnologic_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (4 - x)(4 - y) + 2$.

5p **a)** Arătați că $0 * 3 = 6$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $2 * x = 2$.

5p **c)** Determinați perechile (m, n) de numere întregi pentru care $(2m) * (2n + 1) = 10$.